

مرور آخر	به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه برنگذرد		هندسه (۳)
	سال تحصیلی ۱۳۹۸-۱۳۹۷	جمع‌بندی فصل سوم هندسه (۳)	
	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی	
	تالیف و تنظیم: بهروز ملکی		

« این سوال‌ها صرفاً جهت آمادگی برای آزمون نهایی طرح شده‌است و مولف هیچ ادعایی مبنی بر طرح آن‌ها در این آزمون را ندارد. »

فصل سوم

۱. جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید. (راه حل الزامی نیست)
 - الف) دستگاه \mathbb{R}^3 دارای ناحیه است که ناحیه آن بالای صفحه xy قرار دارد.
 - ب) نمودار مربوط به معادله $x=1$ در دستگاه \mathbb{R}^3 صفحه‌ای موازی صفحه و عمود بر محور است.
 - پ) نمودار مربوط به معادله $y=2$ در دستگاه \mathbb{R}^3 صفحه‌ای موازی صفحه و عمود بر محور است.
 - ت) نمودار مربوط به معادله $z=3$ در دستگاه \mathbb{R}^3 صفحه‌ای موازی صفحه و عمود بر محور است.
 - ث) نمودار مربوط به معادله‌های $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ در دستگاه \mathbb{R}^3 خطی عمود بر صفحه و موازی محور است.
 - ث) نمودار مربوط به معادله‌های $\begin{cases} x=1 \\ z=3 \end{cases}$ در دستگاه \mathbb{R}^3 خطی عمود بر صفحه و موازی محور است.
 - ث) نمودار مربوط به معادله‌های $\begin{cases} y=2 \\ z=3 \end{cases}$ در دستگاه \mathbb{R}^3 خطی عمود بر صفحه و موازی محور است.
 - ج) بردار $\vec{a} = (-2, 2, 1)$ بر حسب بردارهای یک‌ه \vec{i} و \vec{j} و \vec{k} به صورت نوشته می‌شود.
 - چ) طول بردار $\vec{a} = 6\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ برابر است.
 - ح) طول تصویر قائم بردار $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ بر صفحه xz برابر است.
 - خ) اگر \vec{a} برداری در فضای \mathbb{R}^3 باشد آنگاه $\vec{a} \cdot \vec{a}$ برابر است.
 - د) زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ برابر است.
 - ذ) دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} بر هم عمود هستند اگر و فقط اگر
 - ر) اگر دو بردار بر هم عمود باشند، آنگاه تصویر یکی بر دیگری بردار می‌شود.
 - ز) تصویر قائم بردار \vec{i} ، بر امتداد بردار \vec{j} بردار می‌شود.
 - ژ) اگر بردارهای \vec{a} و \vec{b} باشند تصویر قائم بردار \vec{a} بر امتداد بردار \vec{b} ، برابر خود \vec{a} می‌شود.
 - س) دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} با هم موازی هستند اگر و فقط اگر
 - ص) اگر \vec{a} برداری در فضای \mathbb{R}^3 باشد آنگاه $\vec{a} \times \vec{a}$ برابر است.
 - ض) اگر $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ آنگاه بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ بر حسب بردارهای یک‌ه \vec{i} و \vec{j} و \vec{k} به صورت نوشته می‌شود.
 - ط) ضرب خارجی دو بردار برداری است بر دو بردار که اندازه آن از لحاظ عددی برابر با مساحت ایجاد شده توسط این دو بردار است.

مرور آخر	به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه برنگذرد		هندسه (۳)
	سال تحصیلی ۱۳۹۷-۱۳۹۸	جمع‌بندی فصل سوم هندسه (۳)	
	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی	
	تالیف و تنظیم: بهروز ملکی		

۲. ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید. (راه حل الزامی نیست)

- الف « ضرب داخلی بردارها خاصیت جابجایی دارد یعنی $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ » درست نادرست
- ب « ضرب خارجی بردارها خاصیت جابجایی دارد یعنی $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$ » درست نادرست
- ب « اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ آنگاه $\vec{a} = \vec{b}$ » درست نادرست
- پ « اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ آنگاه $\vec{a} = \vec{b}$ » درست نادرست
- ت « ضرب داخلی بردارها خاصیت شرکت‌پذیری دارد یعنی $\vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$ » درست نادرست
- ث « ضرب خارجی بردارها خاصیت شرکت‌پذیری دارد یعنی $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ » درست نادرست
- ث « ضرب داخلی بردارها خاصیت توزیع‌پذیری دارد یعنی $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ » درست نادرست
- ج « ضرب خارجی بردارها خاصیت توزیع‌پذیری دارد یعنی $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$ » درست نادرست
- چ « $|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$ برابر حجم متوازی‌السطوحی است که توسط این سه بردار ایجاد می‌شود. » درست نادرست

۳. مکعب مستطیلی که از تلاقی صفحه‌های $x=1$ ، $x=3$ ، $y=1$ ، $y=4$ ، $z=-2$ و $z=2$ بوجود می‌آید را در نظر بگیرید.
الف « مختصات ۳ نقطه را مشخص کنید که تنها بر یک وجه مکعب مستطیل قرار دارند.
ب « مختصات ۳ نقطه را مشخص کنید که دقیقاً بر دو وجه مکعب مستطیل قرار دارند.
پ « مختصات نقطه‌ای را مشخص کنید که درون مکعب مستطیل باشد.
ت « معادلات هر یک از یال‌های این مکعب مستطیل را تعیین کنید.

۴. در مثلث ABC با راس‌های $A=(0,0,1)$ و $B=(3,0,1)$ و $C=(1,-4,-1)$ طول میانه AM را بدست آورید.

۵. بردارهای $\vec{a}=(1,-2,4)$ و $\vec{b}=(3,-1,5)$ مفروض هستند بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ و $3\vec{a}-2\vec{b}$ را تعیین کنید.

۶. اگر $\vec{a}=(1,-3,4)$ و $\vec{b}=(3,-4,2)$ و $\vec{c}=(-1,1,4)$ آنگاه تصویر قائم بردار \vec{a} را بر امتداد بردارهای \vec{b} و $\vec{b}+2\vec{c}$ را تعیین کنید.

۷. اگر \vec{a} و \vec{b} بردارهایی به ترتیب با طول‌های ۲ و ۳ واحد با این خاصیت باشند که $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$ طول بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $2\vec{a}-\vec{b}$ را بیابید.

۸. اگر \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} بردارهایی به ترتیب با طول‌های ۱ و ۲ و ۳ واحد با این خاصیت باشند که $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ را بیابید.

مرور آخر	به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه برنگذرد		هندسه (۳)
	سال تحصیلی ۱۳۹۷-۱۳۹۸	جمع‌بندی فصل سوم هندسه (۳)	
	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی	
	تالیف و تنظیم: بهروز ملکی		

۹. نامساوی کُشی-شوارتز را بیان و ثابت کنید.
۱۰. سه بردار \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} مثال بزنید که $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ اما $\vec{a} \neq \vec{b}$
۱۱. سه بردار \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} مثال بزنید که $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ اما $\vec{a} \neq \vec{b}$
۱۲. برداری بیابید که بر بردارهای $\vec{a} = (1, -3, 2)$ و $\vec{b} = (-2, 1, -5)$ عمود باشد.
۱۳. مساحت مثلث ABC با راس‌های $A = (3, 5, 7)$ و $B = (5, 5, 0)$ و $C = (-4, 0, 4)$ را بیابید.
۱۴. حاصل $\vec{i} \times \left(\left(\left(\vec{i} \times \vec{k} \right) \times \vec{k} \right) \times \vec{j} \right)$ را بیابید.
۱۵. اگر $ \vec{a} = 3$ ، $ \vec{b} = 26$ و $ \vec{a} \times \vec{b} = 72$ حاصل $\vec{a} \cdot \vec{b}$ را بیابید.
۱۶. حجم متوازی‌السطوحی که توسط بردارهای $\vec{a} = (1, 1, 0)$ و $\vec{b} = (1, 0, 1)$ و $\vec{c} = (0, 1, 1)$ ساخته می‌شود را بدست آورید.
۱۷. آیا بردارهای $\vec{a} = (1, 9, -1)$ و $\vec{b} = (1, -1, 3)$ و $\vec{c} = (2, 3, -1)$ هم صفحه هستند؟ چرا؟
۱۸. به ازای چه مقدار از m بردارهای $a = i + j$ ، $b = j + k$ ، $c = mi + k$ در یک صفحه قرار می‌گیرند.